

# **Eine hochsymmetrische Anordnung zur virtuellen räumlichen Ausrichtung von Richtcharakteristiken zweiter Ordnung**

Die Abtastung eines Schallfeldes durch Mikrofongruppen mit zueinander orthogonalen Richtcharakteristiken bietet eine mathematisch „saubere“ Möglichkeit zur Aufnahme und Wiedergabe eines räumlichen Schallfeldes mit einer minimalen Anzahl von Übertragungskanälen. Zum Erreichen einer hohen räumlichen Auflösung ist dabei die Verwendung von Richtcharakteristiken zweiter Ordnung wünschenswert. Die am einfachsten zu erzeugenden Richtcharakteristiken zweiter Ordnung enthalten jedoch auch einen Anteil nullter Ordnung und lassen sich daher nicht mehr nach dem Additionstheorem der Kugelfunktionen ausrichten. Es lassen sich jedoch auch für solche Richtcharakteristiken Koeffizientenmatrizen zur räumlichen Ausrichtung und zur Orthogonalzerlegung vorgegebener Richtcharakteristiken angeben.

## **1 EINLEITUNG**

Die Abtastung eines Schallfeldes durch Mikrofongruppen mit zueinander orthogonalen Richtcharakteristiken bietet eine mathematisch „saubere“ Möglichkeit zur Aufnahme und Wiedergabe eines räumlichen Schallfeldes mit einer minimalen Anzahl von Übertragungskanälen. Verfahren, die auf diesem Prinzip beruhen, sind unter den Namen „Periphonie“ [3], „Ambisonics“ [2] und „Orthophonie“ [4] bekannt. Geeignete Richtcharakteristiken sind dabei durch die sogenannten Kugelfunktionen gegeben. Dabei steigt mit zunehmenden Bündelungsgrad der Richtcharakteristiken (und entsprechend zunehmender

räumlicher Auflösung) die Ordnung der die Richtcharakteristiken beschreibenden Kugelfunktionen.

## 1.1 Prinzip der Orthophonie

Eine Richtcharakteristik n-ter Ordnung  $\Gamma(\varphi, \vartheta)$  läßt sich durch eine gewichtete Summe von Kugelfunktionen nullter bis n-ter Ordnung  $\sum_{\forall n} w_n P_n(\cos \Theta)$  darstellen.

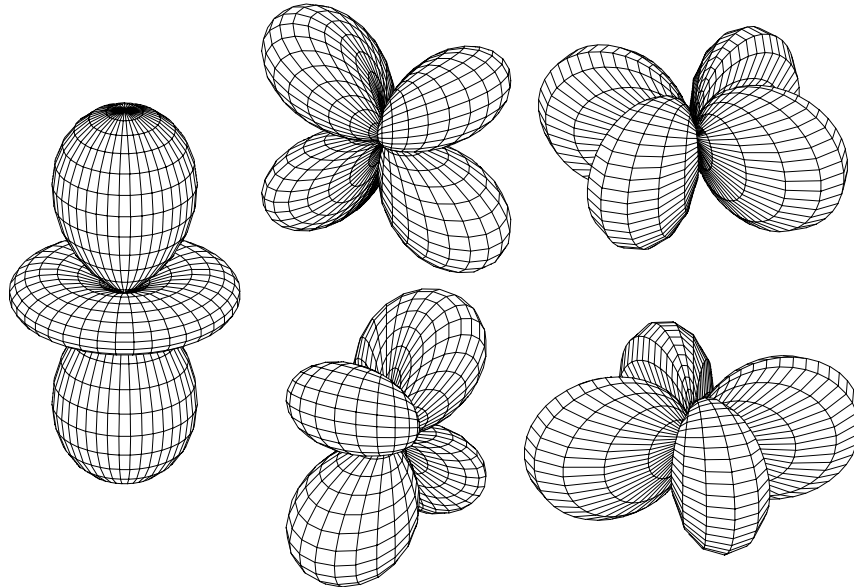
Mit dem Additionstheorem für rotationssymmetrische Kugelfunktionen [5]:

$$\begin{aligned}
 P_n(\cos \Theta) &= P_n(\cos \vartheta) \cdot P_n(\cos \vartheta_0) \\
 &+ \sum_{k=1}^n 2 \cdot \frac{(n-k)!}{(n+k)!} \cdot P_n^k(\cos \vartheta_0) \cdot \cos(k\varphi_0) \cdot P_n^k(\cos \vartheta) \cdot \cos(k\varphi) \\
 &+ \sum_{k=1}^n 2 \cdot \frac{(n-k)!}{(n+k)!} \cdot P_n^k(\cos \vartheta_0) \cdot \sin(k\varphi_0) \cdot P_n^k(\cos \vartheta) \cdot \sin(k\varphi)
 \end{aligned}$$

$$\left| \begin{array}{l}
 \cos \Theta : \text{Richtungskosinus : } \cos \Theta = \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \cdot \sin \vartheta_0 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) \\
 P_n^k( ) : \text{Legendresche Funktionen n - ter Ordnung, k - ter Zuordnung}
 \end{array} \right. \quad (1)$$

ergibt sich daher, daß sich jede beliebig im Raum ausgerichtete Richtcharakteristik n-ter Ordnung mittels einer begrenzten Anzahl von aufgenommenen Signalen simulieren läßt, wenn diese einen vollständigen Satz der Kugelfunktionen nullter bis n-ter Ordnung repräsentieren. Wie aus (Gl. 1) ersichtlich ist, werden zum Ausrichten einer Kugelfunktion n-ter Ordnung  $2n+1$  Signale benötigt (der von  $\varphi$  und  $\vartheta$  abhängige Anteil bezeichnet jeweils die Richtcharakteristik und der von  $\varphi_0$  und  $\vartheta_0$  abhängige Anteil bildet den zugehörigen Ausrichtungskoeffizienten, also die Gewichtung des Teilsignals). Zum Ausrichten einer Richtcharakteristik n-ter Ordnung werden daher

$1 + 3 + \dots + 2n+1 = (n+1)^2$  Teilsignale benötigt. Abbildung 1 zeigt die den Kugelfunktionen zweiter Ordnung entsprechenden Richtcharakteristiken.



**Abb. 1 Die fünf Grundrichtcharakteristiken zweiter Ordnung**

Eine räumliche Wiedergabe des Schallfeldes wird erreicht, indem man eine ausreichende Anzahl ( $Z > (n+1)^2$ ) von Wiedergabelautsprechern mit den Ausgangssignalen der in Richtung auf die Lautsprecherpositionen ausgerichteten Richtmikrofonen speist. Die für eine möglichst originalgetreue Wiedergabe optimale Form und Gewichtung der einzelnen Richtcharakteristiken ergeben sich dabei aus der Bedingung, daß das System „sich selbst reproduzieren“ können muß, d. h. eine Mikrofonanordnung sollte in der Mitte der Wiedergabeanordnung dieselben Signale liefern wie am Aufnahmeort. Für den Fall einer gleichmäßigen Lautsprecherverteilung müssen die Richtcharakteristiken  $\Gamma(\varphi, \vartheta)$  rotationssymmetrisch sein, und man erhält für die Gewichtung:

$$w_n = \frac{4\pi}{\text{Anzahl Lautsprecher} \cdot \iint [P_n(\cos\vartheta)]^2 dF} = \frac{2n+1}{\text{Anzahl Lautsprecher}} \quad (2)$$

Die resultierende Richtcharakteristik liefert gleichzeitig auch den maximal erreichbaren Bündelungsgrad [3]. Da sich Richtcharakteristiken n-ter Ordnung durch n-fache Ableitung des Schalldrucks im Raum erzeugen lassen, kann man die Orthophonie auch als Analogie zur Taylorentwicklung einer beliebigen Funktion (in diesem Fall das Schallfeld) in der Umgebung eines Aufpunkts auffassen. Daraus ergibt sich auch eine wichtige Eigenschaft der Orthophonie: entsprechend der Taylorentwicklung erster Ordnung ergibt sich auch bei der Orthophonie erster Ordnung nur in der Nähe des Aufnahmeortes eine gute Abbildung des Schallfeldes, während bei höherer Ordnung ein größerer Bereich in guter Näherung abgebildet wird.

## 1.2 Eigenschaften der Orthophonie

Ein wesentlicher Vorteil der akustischen Raumabbildung mittels orthogonaler Richtcharakteristiken besteht darin, daß eine Anpassung an die Anzahl und Position der zur Verfügung stehenden Wiedergabelautsprecher nachträglich erfolgen kann, also nicht bei der Aufnahme bekannt sein muß. Auch eine virtuelle Drehung des Aufnahmeraums bzw. der aufgenommenen Schallquelle kann nachträglich ohne Veränderung der physikalischen Positionen von Mikrofonen und Lautsprechern erfolgen. Ein weiterer Vorteil liegt darin, daß die Qualität von Phantomschallquellen (wahrgenommene Ausdehnung und Klangfarbe) unabhängig davon ist, ob sich die Phantomschallquelle zwischen oder genau in einer Lautsprecherposition befindet.

## 2 MIKROFONANORDNUNGEN ZUR ERZEUGUNG VON RICHTCHARAKTERISTIKEN ZWEITER ORDNUNG

Eine Richtcharakteristik zweiter Ordnung lässt sich durch eine zweifache Differenzbildung zwischen räumlich versetzten Elementarmikrofonen nullter Ordnung, also Empfängern mit Kugelcharakteristik, erzeugen. Die Elementarmikrofone können dabei auf einer Geraden, in einer Ebene oder im Raum verteilt angeordnet sein.

### 2.1 Lineare Anordnung

Als erstes betrachten wir die lineare Anordnung von drei Elementarmikrofonen mit einem Abstand  $a$  zwischen den benachbarten Elementarmikrofonen. Die Übertragungsfunktion dieser in Abb. 2 gezeigten Anordnung ergibt sich für  $ka \ll 1$  zu:

$$2 - \left( e^{jka \cos \vartheta} + e^{-jka \cos \vartheta} \right) \approx (ka)^2 \cdot \cos^2 \vartheta, \quad (3)$$

wobei  $k$  die Wellenzahl, also das Verhältnis zwischen Signalfrequenz  $f$  und Schallgeschwindigkeit  $c$  ist:  $k = 2 \cdot \pi \cdot f / c$ . Die Übertragungsfunktion besteht somit aus einem frequenzabhängigen Anteil  $(ka)^2$ , der in Richtung auf tiefe Frequenzen quadratisch abnimmt, und einem richtungsabhängigen Anteil  $\cos^2 \vartheta$ , der die Richtcharakteristik der Mikrofonanordnung beschreibt. Zerlegt man diese Funktionen in



**Abb. 2: Lineare Mikrofonanordnung auf der Z-Achse zur Erzeugung einer Richtcharakteristik zweiter Ordnung**

Kugelfunktionen, so zeigt sich, daß sich die mit der linearen Anordnung erreichte Richtcharakteristik nicht rein durch Kugelfunktionen zweiter Ordnung beschreiben läßt, sondern neben dem in Abb.1 links gezeigten axialen Quadrupol auch einen richtungsunabhängigen Anteil, also einen Anteil nullter Ordnung enthält.

## 2.2 Ebene Anordnung

Als nächstes betrachten wir die ebene Anordnung von vier Elementarmikrofonen mit einem Abstand  $a$  der Elementarmikrofone vom Mittelpunkt.

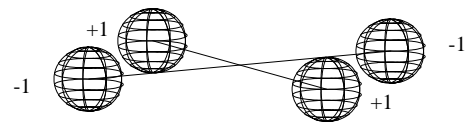
Die Übertragungsfunktion der in Abb. 3 gezeigten Anordnung ergibt sich für  $ka \ll 1$  zu:

$$e^{jka \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi} + e^{-jka \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi} - e^{jka \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi} - e^{-jka \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi} \approx -(ka)^2 \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \cos(2\varphi) \quad (4)$$

wobei  $k$  wiederum die Wellenzahl ist. Der richtungsabhängige Anteil der Übertragungsfunktion entspricht der in Abb. 1 unten rechts gezeigten Kugelfunktion und damit bis auf eine Drehung im Raum auch den anderen drei im rechten Teil der Abbildung gezeigten Kugelfunktionen.

## 2.3 Räumliche Anordnung

Abschließend betrachten wir die räumliche Anordnung von sechs Elementarmikrofonen auf den Flächenmittelpunkten eines Würfels, wiederum mit einem Abstand  $a$  der Elementarmikrofone vom Mittelpunkt.



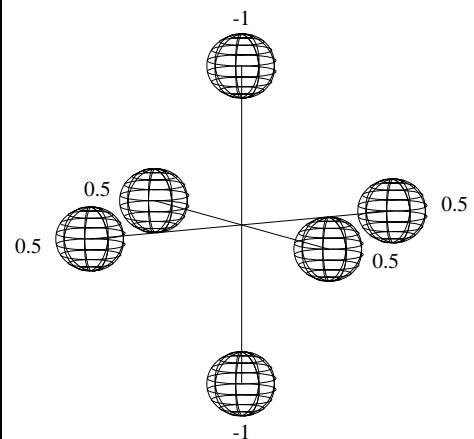
**Abb. 3: Mikrofonanordnung in der XY-Ebene zur Erzeugung einer Richtcharakteristik zweiter Ordnung**

Die Übertragungsfunktion der in Abb. 4 gezeigten Anordnung ergibt sich für  $ka \ll 1$  zu:

$$\frac{1}{2} \left( e^{jka \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi} + e^{-jka \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi} + e^{jka \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi} + e^{-jka \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi} \right) - e^{jka \cdot \cos \vartheta} - e^{-jka \cdot \cos \vartheta} \quad , \quad (5)$$

$$\approx (ka)^2 \cdot \frac{1}{2} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$$

wobei  $k$  wiederum die Wellenzahl ist. Der richtungsabhängige Anteil der Übertragungsfunktion entspricht dem in Abb. 1 links gezeigten axialen Quadrupol.



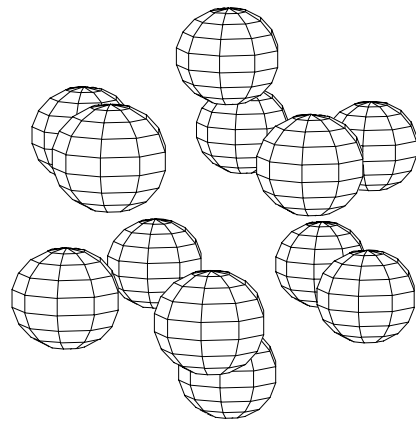
**Abb. 4: räumliche Mikrofonanordnung zur Erzeugung einer Richtcharakteristik zweiter Ordnung**

## 2.4 Vorteile der linearen Anordnung

Wie oben gezeigt, ergeben sich die in Abb. 1 gezeigten Richtcharakteristiken nur mit der ebenen und der räumlichen Mikrofonanordnung, also Anordnungen, die aus einer relativ hohen Anzahl von Elementarmikrofonen bestehen. Dies macht den Abgleich der

Mikrofonarrays schwierig und erfordert eine sehr hohe Präzision sowohl der räumlichen Positionierung als auch hinsichtlich elektrischen und akustischen Eigenschaften der verwendeten Elementarmikrofone. Darüber hinaus ist die Gesamtanordnung nicht völlig symmetrisch und die fünf Signalanteile zweiter Ordnung sind wegen der unterschiedlich geformten Richtcharakteristiken, z. B. hinsichtlich des Rauschverhaltens, nicht völlig gleichwertig. Wenn es gelingt, die in Abb. 1 gezeigten Kugelfunktionen durch einen gleichwertigen Satz rotationssymmetrischer Funktionen entsprechend der durch das lineare

Mikrofonarray zweiter Ordnung erzeugten Richtcharakteristik zu ersetzen, ist ein großer Teil der genannten Probleme gelöst. Neben dem vereinfachten Aufbau und Abgleich ist auch eine Lösung des Symmetrieproblems zu erwarten, da die Funktionsbasis hierbei wegen der Mischung aus Anteilen nullter und zweiter Ordnung aus insgesamt sechs statt fünf Funktionen bestehen müßte und es für die räumliche Verteilung von sechs Achsen hochsymmetrische Anordnungen gibt. Solche Anordnungen sind durch die Achsen der sogenannten regulären Polyeder gegeben.



**Abb. 5: Mikrofonanordnung zur räumlichen Ausrichtung einer Richtcharakteristik zweiter Ordnung**

Entsprechend der z. B. im Soundfield-Mikrofon [1] verwendeten tetraedrischen Anordnung für Mikrofongruppen erster Ordnung ist für Mikrofone zweiter Ordnung die Verwendung einer dodekaedrischen Anordnung entsprechend Abb. 5 denkbar (aus Gründen der Übersichtlichkeit ist das Mittenmikrofon nicht mit eingezeichnet). Eine dodekaedrische Anordnung wurde bereits in [3] für Mikrofonanordnungen zweiter Ordnung vorgeschlagen, auf die Handhabung dieser Anordnung wurde dort aber nicht näher eingegangen.

Das einzige noch verbleibende Problem liegt in der ausgeprägten Hochpaßcharakteristik aller Mikrofonanordnungen zweiter Ordnung. Diese läßt sich zwar leicht durch elektrische Filter kompensieren, führt jedoch zu einer extremen Verringerung des Rauschabstandes. Die wahrscheinlich einzige Lösungsmöglichkeit liegt hier in der Einschränkung des genutzten Frequenz-



bereiches durch Aufteilung auf mehrere konzentrische Mikrofonanordnungen mit verschiedenen Radien ("Mehrschalenmodell") [6].

### 3 AUSRICHTBARKEIT DER LINEAREN ANORDNUNG

Da sich die Richtcharakteristik der linearen Anordnung nach Abb. 2 aus Kugelfunktionen nullter und zweiter Ordnung zusammensetzt, läßt sich eine Ausrichtungsvorschrift gewinnen, indem zunächst eine geeignete räumliche Verteilung der sechs benötigten Teilmikrofone bestimmt wird. Anschließend kann dann für alle sechs Charakteristiken eine Orthogonalzerlegung in die fünf Kugelfunktionen zweiter Ordnung und die Kugelfunktion nullter Ordnung durchgeführt werden und das Ergebnis dann in (Gl. 1) eingesetzt werden. Es ist jedoch einfacher, die Ausrichtungsvorschrift indirekt aus den zu erwartenden Eigenschaften der Ausrichtungskoeffizienten zu bestimmen [6]. Es ergibt sich, daß sich die durch die lineare Anordnung erzeugten Richtcharakteristiken

$$S_i(\varphi, \vartheta) = S_{\varphi_i, \vartheta_i}(\varphi, \vartheta) = [\cos(\varphi - \varphi_i) \cdot \sin(\vartheta) \cdot \sin(\vartheta_i) + \cos(\vartheta) \cdot \cos(\vartheta_i)]^2 \quad (6)$$

mit Hilfe der ebenfalls rotationssymmetrischen Ausrichtungskoeffizienten

$$K_i(\varphi, \vartheta) = \frac{1}{4} [5 \cdot S_i(\varphi, \vartheta) - 1] \quad (7)$$

über die einfache Beziehung

$$S_{\varphi_0, \vartheta_0}(\varphi, \vartheta) = \sum_{i=1}^6 K_i(\varphi_0, \vartheta_0) \cdot S_i(\varphi, \vartheta) \quad (8)$$

räumlich in die Richtung  $\varphi_0, \vartheta_0$  ausrichten lassen. Die Dodekaederwinkel  $\varphi_i$  und  $\vartheta_i$  betragen dabei  $\vartheta_1=0$  und  $\vartheta_{i>1}=63.43^\circ$  und  $\varphi_i=i \cdot 72^\circ$ . Zu diesem in Abb. 6 dargestellten Koeffizientensatz ist weiterhin zu bemerken, daß die

Koeffizienten untereinander orthogonal sind, und daß die in (Gl. 7 und 8) gegebene Ausrichtungsvorschrift den Anteil nullter Ordnung nicht verändert. Die Gleichungen 7 und 8 können somit auch zur Ausrichtung beliebiger anderer Linearkombinationen aus Monopol und axialem Quadrupol verwendet werden.

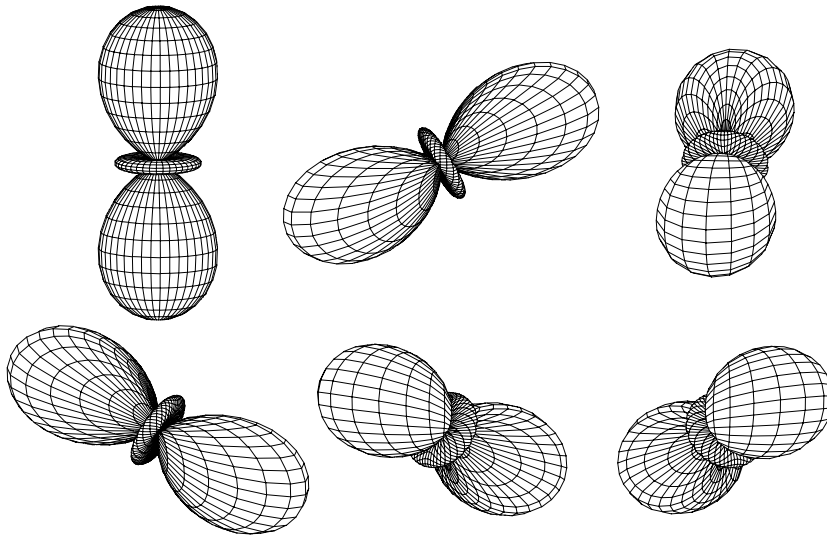


Abb. 6 Die sechs Ausrichtungskoeffizienten zweiter Ordnung

### 3.1 Quasi-Orthogonalzerlegung

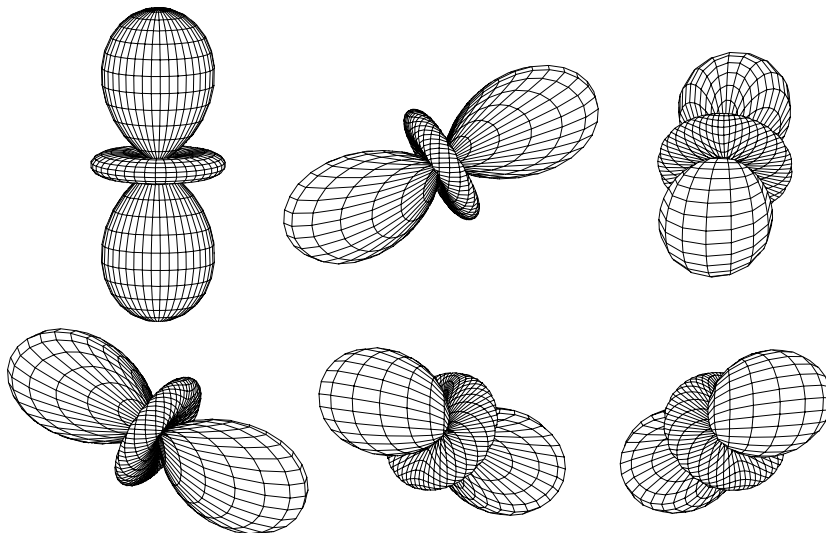
Obwohl die Richtcharakteristiken der hier beschriebenen Anordnung nicht orthogonal zueinander sind, lassen sie sich, ähnlich der bei Verwendung der Kugelfunktionen möglichen Orthogonalzerlegung, für eine Summendarstellung beliebiger Richtcharakteristiken zweiter Ordnung verwenden. Es läßt sich zeigen, daß mit Hilfe der Analysekoeffizienten

$$X_i(\varphi, \vartheta) = \frac{3}{32\pi} [25 \cdot S_i(\varphi, \vartheta) - 7] \quad (9)$$

die Anteile nullter und zweiter Ordnung aus den von der beschriebenen Mikrofonanordnung gelieferten Teilsignalen bestimmt werden können. Die Anteile erster Ordnung können über eine konventionelle Orthogonalzerlegung aus drei senkrecht gekreuzten Dipolen  $D_i(\varphi, \vartheta)$  bestimmt werden. Da sich diese Dipolsignale problemlos aus der in Abb. 5 gezeigten Mikrofonanordnung gewinnen lassen, sind hierzu keine zusätzlichen Elementarmikrofone erforderlich. Die Quasi-Orthogonalzerlegung einer beliebigen Richtcharakteristik zweiter Ordnung  $R(\varphi, \vartheta)$  nach den von der beschriebenen Mikrofonanordnung gelieferten Richtcharakteristiken ist damit durch (Gl. 10) gegeben:

$$R(\varphi, \vartheta) = \sum_{i=1}^6 S_i(\varphi, \vartheta) \cdot \iint R(\varphi, \vartheta) \cdot X_i(\varphi, \vartheta) dF + \sum_{i=1}^3 D_i(\varphi, \vartheta) \cdot \iint R(\varphi, \vartheta) \cdot D_i(\varphi, \vartheta) dF \quad (10)$$

Die hierbei verwendeten Analysekoeffizienten  $X_i(\varphi, \vartheta)$  (Gl. 9) sind in Abb. 7 dargestellt. Sie ähneln den in Abb. 6 dargestellten Ausrichtungskoeffizienten, sind jedoch nicht mit diesen identisch.



**Abb. 7 Die sechs Analysekoeffizienten zweiter Ordnung**

## 4 ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde eine Mikrofonanordnung zur virtuellen räumlichen Ausrichtung von Richtcharakteristiken zweiter Ordnung vorgestellt, die mit rotationssymmetrischen Teilrichtcharakteristiken arbeitet und eine größtmögliche Symmetrie bei der Verteilung der Elementarmikrofone aufweist. Die Anordnung erlaubt es, den Aufwand und die erforderliche Präzision beim Aufbau derartiger Anordnungen auf ein Mindestmaß zu beschränken und schafft damit die Voraussetzung für die Realisierung von Aufnahme- und Wiedergabesystemen zweiter Ordnung.

## 5 LITERATUR

- [1] Craven, P. G.; Gerzon, M. A.: „MIKROPHONANORDNUNG“. Schutzrecht DE 2531161 C2, National Research Development Corp., GB, 23. 08. 1984.
- [2] Gerzon, M. A.: „AMBISONICS IN MULTICHANNEL BROADCASTING AND VIDEO“, *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 33 Nr. 11, 1985.
- [3] Gerzon, M. A.: „PERIPHONY: WITH-HEIGHT SOUND REPRODUCTION“. *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 21, Nr. 1, 1973.
- [4] Hensel, J; Krause, M; Schaller, W.: „ORTHOPHONIE - EIN NEUES AUFNAHME- UND WIEDERGABEVERFAHREN ZUR ABBILDUNG RÄUMLICHER SCHALLFELDER“. *Fernseh- und Kinotechnik.*, Vol. 46, Nr. 3, 1992.
- [5] Simonyi, K.: „THEORETISCHE ELEKTROTECHNIK“. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 4. Auflage, Berlin, 1971, S. 282.
- [6] Thiede, T.: „UNTERSUCHUNG ZUR REALISIERBARKEIT EINES MIKROFONS ZWEITER ORDNUNG AUS MEHREREN EINZELMIKROFONEN ZUR ANWENDUNG ALS ORTHOPHONIEMIKROFON“. Studienarbeit am Institut für Kommunikationstechnik der Technischen Universität Berlin, Berlin, Juni 1993.